

DOI:10.13216/j.cnki.upcjess.2020.06.0007

# 风电不确定下机组组合的鲁棒优化研究

曲红<sup>1</sup>,安焱琪<sup>2</sup>

(1. 中国石油大学(华东) 期刊社, 山东 青岛 266580; 2. 中国建筑第五工程局第三建设有限公司, 湖南 长沙 410007)

**摘要:**在风力发电的大背景下,以线路潮流、电力负荷、机组爬坡等不确定因素为约束条件,对机组组合模型进行研究,旨在降低风力发电的预期成本。采用两阶段的鲁棒优化模型,保证了在不确定集合中取得的参数能够满足模型的全部约束,而且可以降低最坏情况下的预期发电成本。在模型的处理上,通过引入辅助变量来建立仿射函数,进而完成对目标函数的线性逼近。研究发现,随着更多的信息被合并到不确定性集中,最坏情况的分布保守性逐渐降低,进而实现了缩小预期成本的目的。最后通过简化示例进行验证分析,更直观地体现出鲁棒优化模型在处理风电机组组合问题上的可行性和实用性。

**关键词:**风电不确定;机组组合;鲁棒优化;线性规划

**中图分类号:**TM73 **文献标识码:**A **文章编号:**1673-5595(2020)06-0053-08

## 一、引言

风能是自然界中储量十分丰富的可再生能源之一,而且风力发电具有较低的运行成本及很高的环保性,因此这一领域得到了许多学者的关注与重视。风能对环境具有很高的友好性,有效减少了化石燃料的消耗,显著降低了温室气体的排放,现已成为全球装机容量最大与增长速度最快的绿色能源。<sup>[1]</sup>20世纪80年代,现代并网风力发电机组问世不久就迅速地实现了商品化和产业化,到90年代中期就已经出现大规模的风力机制造工业。风电技术随着计算机与控制技术的飞速发展而不断进步。<sup>[2]</sup>截至2019年底,全球风能装机总容量已超过6.51亿千瓦<sup>[3]</sup>,其中中国风电累计装机容量已达2.10亿千瓦<sup>[4]</sup>。风速的随机变化问题严重而且容易受外界因素的干扰,这决定了风力发电具有高度的不确定性和间歇性,也使得风电调度系统的运行存在一定阻碍。机组组合(Unit Commitment, UC)主要依据负荷预测值来制定未来时段机组发电计划,而且要使发电成本最小。<sup>[5]</sup>对UC优化可以显著提高风电系统的运行安全性及经济合理性。<sup>[6]</sup>但UC问题复杂性高,难以准确把控,这对研究者们来说一直都是一个重要的挑战。<sup>[7]</sup>

国内外研究者认为利用鲁棒模型解决UC的相关问题是很有效的选择。Zhang等<sup>[8]</sup>基于情景分析提出了一种鲁棒优化模型来解决风电不确定性下的UC问题。为了进一步降低计算难度,于丹文等<sup>[9]</sup>针对电力系统组合中的UC问题介绍了连续性和对偶性下的鲁棒建模规律,并探讨了保守度的控制方法。温俊强等<sup>[10]</sup>提出了一种鲁棒优化的规划方法来处理风速因素,引入了可调鲁棒优化模型,减轻了过于保守的问题,提高了解决问题的效率,强化了系统的鲁棒性能。覃岭<sup>[11]</sup>提出了一种改进鲁棒优化新模型及基于排序截断法的快速求解方案。两阶段的鲁棒模型对于解决风电机组问题相比其他的方法有很大的优势。Xiong等<sup>[12]</sup>提出了一种两阶段鲁棒性优化方法,借助切割平面算法对UC调度中的单元中断突发事件进行建模,可以在不确定性集的最坏情况下将总的发电成本降到最低。后来Xiong等<sup>[13]</sup>又提出了一个鲁棒的优化公式来解决风能不确定性下的UC问题。An等<sup>[14]</sup>提出了扩展鲁棒机组组合模型和风险约束下的鲁棒机组组合模型。在两阶段鲁棒优化模型的研究基础上,Lorca等<sup>[15]</sup>提出了一种针对UC问题的多阶段自适应鲁棒优化模型,利用新型的动态不确定性集来捕获风和风的时

收稿日期:2020-07-09

基金项目:国家自然科学基金项目(71801224)

作者简介:曲红(1976—),女,山东潍坊人,中国石油大学(华东)期刊社编辑,研究方向为能源经济与政策。

空相关性。Morales 等<sup>[16]</sup>提出的统一随机—鲁棒(SR)优化方法减少了风耗,缩减了计算时间和运营成本,在鲁棒性和效率之间取得很好的平衡。夏鹏等<sup>[17]</sup>结合分布式鲁棒优化理论建立了两阶段非线性优化模型,大大简化了求解过程。

本文在以上研究的基础上提出两阶段的分布式鲁棒优化模型,来解决波动性风力发电的 UC 问题。分布式鲁棒优化介于随机优化与鲁棒优化之间,一般通过考虑期望目标函数或通过引入基于模糊集合的机会约束来考虑不确定变量概率分布的不确定性<sup>[18]</sup>,因此与随机优化和鲁棒优化相比,分布式鲁棒优化更加贴近实际,同时也降低了保守性。综合考虑各个细节的约束要素和目标条件,本文建立鲁棒优化模型。与目前已有的模型相比,该模型考虑了热机组发电量和可能存在的电力损失,同时在目标函数中考虑到可能的负载损失成本。目前大部分风电不确定的机组组合研究是建立随机模型,基于对不同情况下的场景分析来解决机组组合问题,同时在约束条件的选择上会发生变化。而本文定义了

一个不确定集合,将风能不确定性的各种分布信息合并到不确定性集中以生成较不保守的结果,大大提高了机组组合问题解决方案的性能。在模型的处理上,结合线性逼近原理,利用对偶理论的处理方法,有效地简化计算细节,降低计算难度。最后通过实例数据进行验证,直观地体现了研究的可行性。

## 二、模型构建

风力发电存在着很大的不确定性,具体表现为波动性与间歇性。本文重点针对风力波动的不确定性对风电系统的影响研究并解决风电机组组合问题。考虑线路潮流、电力负荷、爬坡速率和开停机时间等不同约束,结合出力功率和机组组合状态的变化,对波动性影响下的风力不确定情况进行合理分析,主要考虑发电量、发电成本和可能的损耗等随机因素的影响,并使用优化方法构建机组组合模型,完成不确定情况下的风电机组处理。

### (一)符号定义

首先对模型中出现的部分符号进行定义,模型的参数及变量见表 1。

表 1 机组组合模型的参数及变量

符号	定义	符号	定义
$b/B$	所有母线的指数/集合	$i/I$	描述随机变量或辅助变量分布的功能指数/集合。在这种情况下, $i = (j, r, t)$ , $I = J \times R \times T$
$K_b$	母线 $b$ 上所有机组的集合	$s/S$	随机变量的指数/集合,在这种情况下, $s = (r, t)$ , $S = R \times T$
$R_b$	位于母线 $b$ 上风场集合	$\bar{w}_{rt}$	不确定的风力发电量
$\theta/\Theta$	发电成本函数所有部分的指数/集合	$\tilde{v}_{rt}$	不确定风力发电量的预测误差
$H$	单位机组状态决策的可行集,由最小上/下时间限制来定义。	$x_{kt}$	二进制决策变量,指在时间 $t$ 内发电机 $k$ 的机组组合状态
$a_k^\theta$	发电机 $k$ 第 $\theta$ 段的线性成本函数的线性项	$c_{kt}$	在时间 $t$ 中机组 $k$ 的发电成本
$b_k^\theta$	发电机 $k$ 第 $\theta$ 段的线性成本函数的常数项	$p_{kt}^h$	在时间 $t$ 中产热机组 $k$ 的发电量
$F_f$	传输线路 $f$ 的容量/兆瓦	$p_{rt}^w$	在时间 $t$ 中风电场 $r$ 的发电量
$\bar{P}_k$	机组 $k$ 的最大容量	$l_{bt}$	在时间 $t$ 内母线 $b$ 的负载损耗
$P_k$	机组 $k$ 的最小容量	$z_{kt}$	时间 $t$ 内机组 $k$ 的启动成本
$V$	负载损耗值	$\tilde{v}_{rt}$	在时间 $t$ 内母线 $r$ 处预测误差的随机变量
$j/J$	描述每个随机变量 $v_{rt}$ 分布阶段的指数/集合。	$Q(x, v)$	在风力发电结果 $v$ 与 UC 决策 $x$ 下,相关的经济调度成本

### (二)风电不确定下的 UC 模型

(1)将不确定的风力发电量  $\bar{w}_{rt}$  表示为期望值  $\bar{w}_{rt}$  与预测误差  $\tilde{v}_{rt}$  的随机项之和。

$$\bar{w}_{rt} = \bar{w}_{rt} + \tilde{v}_{rt} \quad \forall r \in R \quad \forall t \in T \quad (1)$$

式中: $r/R$  为所有风能源的指数/集合; $t/T$  为操作范围内所有时间步长的指数/集合。

(2)利用两阶段模型对 UC 公式进行合理描述。

$$\min_{x \in H} \sup_{p \in Z} E_p \{ Q(x, \tilde{v}) \} \quad (2)$$

$$x \in H \quad (3)$$

$$x \in \{0, 1\}^{I \times |K| \times |T|} \quad (4)$$

式中: $x$  为二进制决策变量; $\tilde{v}$  为预测误差; $K$  为所有

发电机的集合。目标函数最小化了在分配  $P$  下函数  $Q(x, \tilde{v})$  的期望,这是不确定性集  $Z$  上最坏情况下的分布( $P \in Z$ )。

用函数  $Q(x, v)$  表示在风力发电结果  $v$  与 UC 模型的二进制决策变量  $x$  下的经济调度成本的最小值。把成本表示为发电成本  $c_{kt}$ 、热机组的启动成本  $z_{kt}$  和负载损失  $l_{bt}$  成本之和,可将目标函数  $Q(x, v)$  表示为式(5)。式(6)和(7)分别对应解释了分段线性发电成本和启动成本的区间限制。其中: $p_{kt}^h$  为热机组的发电输出; $V$  为单位负载损耗值; $a_k^\theta$  为发电机  $k$  的第  $\theta$  段的线性成本函数的线性项; $x_{kt}$  为二进制决策变

量,表示在时间  $t$  内发电机  $k$  的机组组合状态;  $b_k^\theta$  为发电机  $k$  的第  $\theta$  段的线性成本函数的常数项;  $C_k^s$  为机组  $k$  的启动成本;  $x_{kt} - x_{k(t-1)}$  为在时间  $(t-1)$  至  $t$  这一时间段内发电机  $k$  的机组组合。在时间  $t$  内,应满足供需平衡的生产要求,式(8)对这种平衡关系进行了详细说明。其中:  $D_{bt}$  为母线  $b$  处的电力需求量,它可以由热电阻发电量  $p_{kt}^h$ 、风电发电量  $p_{rt}^w$  和可能的损失电量  $l_{bt}$  三者之和共同表示。借助线路潮流模型,可以保证在线路容量  $F_f$  限制性下的电力功率传输状态。用不等式对这种潮流模型进行说明,式(9)和(10)直观地呈现了分配系数  $K_{fb}$ 、热电阻发电量  $p_{kt}^h$ 、风电发电量  $p_{rt}^w$ 、损失电量  $l_{bt}$ 、需求量  $D_{bt}$  与线路容量  $F_f$  之间的约束关系。不等式(11)同样是对机组容量限制的表示,保证了热机组的容量大于最小容量  $P_k$ ,小于最大容量  $\bar{P}_k$ 。约束(12)确保了来自风电场的发电量始终不超过可用的风力发电量。不等式(13)和(14)分别为单元的上升和下降极限,即爬坡率的约束。不等式(15)和(16)为运行/停机时间约束。以上式中:  $K_{fb}$  为母线  $b$  上传输线路  $f$  的线流量分配系数;  $RD_k$  为机组  $k$  的下降极限;  $RU_k$  为机组  $k$  的上升极限;  $\bar{P}_k$  为机组  $k$  的最大容量;  $t_{k(t-1)}^{\text{on}}$  和  $t_{k(t-1)}^{\text{off}}$  分别为到  $(t-1)$  时间段为止,机组  $k$  的连续运行时间和停机时间;  $T_k^{\text{on}}$  和  $T_k^{\text{off}}$  分别为机组  $k$  的最小连续运行时间和停机时间。

$$Q(x, v) = \min \sum_{t \in T} \left\{ \sum_{k \in K} (c_{kt} + z_{kt}) + \sum_{b \in B} V \cdot l_{bt} \right\} \quad (5)$$

$$c_{kt} \geq a_k^\theta p_{kt}^h + b_k^\theta x_{kt} \quad \forall \theta \in \Theta, k \in K, t \in T \quad (6)$$

$$z_{kt} \geq C_k^s (x_{kt} - x_{k(t-1)}) \quad \forall k \in K, t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} p_{kt}^h + \sum_{r \in R} p_{rt}^w + \sum_{b \in B} l_{bt} = \sum_{b \in B} D_{bt} \quad \forall t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{b \in B} K_{fb} \left( \sum_{k \in K_b} p_{kt}^h + \sum_{r \in R_b} p_{rt}^w + l_{bt} - D_{bt} \right) \leq F_f \quad \forall f \in F, \forall t \in T \quad (9)$$

$$- \sum_{b \in B} K_{fb} \left( \sum_{k \in K_b} p_{kt}^h + \sum_{r \in R_b} p_{rt}^w + l_{bt} - D_{bt} \right) \leq F_f \quad \forall f \in F, \forall t \in T \quad (10)$$

$$P_k x_{kt} \leq p_{kt}^h \leq \bar{P}_k x_{kt} \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (11)$$

$$0 \leq p_{rt}^w \leq \bar{w}_{rt} + v_{rt} \quad \forall r \in R, \forall t \in T \quad (12)$$

$$p_{k(t-1)}^h - p_{kt}^h \leq RD_k \cdot x_{kt} + \bar{P}_k (1 - x_{kt}) \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (13)$$

$$p_{kt}^h - p_{k(t-1)}^h \leq RU_k \cdot x_{k(t-1)} + \bar{P}_k (1 - x_{k(t-1)}) \quad \forall k \in K, \forall t \in T \quad (14)$$

$$(x_{k(t-1)} - x_{kt}) (t_{k(t-1)}^{\text{on}} - T_k^{\text{on}}) \geq 0 \quad (15)$$

$$(x_{k(t-1)} - x_{kt}) (t_{k(t-1)}^{\text{off}} - T_k^{\text{off}}) \geq 0 \quad (16)$$

(3) 为了方便分析,把模型分为两阶段讨论。将第一阶段决策变量的集合统一为  $N^1$ , 第二阶段决

策变量的集合则用  $N^2$  表示,第一和第二阶段的所有约束集分别用  $M^1$  和  $M^2$  表示,并将所有风能源的集合用  $R$  表示。

把第一阶段的最坏情况下的预期成本定义为  $Q(x)$ , 具体表示为式(17)。通过定义  $A \in R^{|M^1| \times |N^1|}$ ,  $b \in R^{|M^1|}$ , 可以将第一阶段问题式(2)~(4)转化为式(17)~(19)这种更简洁的形式,其中不等式(19)是最小上/下时间的约束,且同时定义了式(3)中的可行区域  $H$ 。

$$Q(x) = \sup_{p \in Z} E_p \{ Q(x, \tilde{v}) \} \quad (17)$$

$$\min Q(x) \quad (18)$$

$$Ax \leq b \quad (19)$$

同理,定义  $q \in R^{|N^2|}$ ,  $T \in R^{|M^2| \times |N^1|}$ ,  $W \in R^{|M^2| \times |N^2|}$ ,  $h(v) \in R^{|M^2|}$ ,  $y \in R^{|N^2|}$ 。其中向量  $y$  是由式(5)~(16)中所有的第二阶段决策变量所组成的,因此第二阶段问题可以简化直观地表示为式(20)~(21),其中式(21)代表原始的第二阶段问题中所有的约束条件。同时,为了解释式(21)中右侧向量  $h(v)$  受不确定项  $v$  的具体影响,利用式(22)表示每个不确定项  $v_s$  和向量  $h(v)$  之间的关系,其中  $h^0 \in R^{|M^2|}$ ,  $h_s^v \in R^{|M^2|}$ 。

$$Q(x, v) = \min q^T y \quad (20)$$

$$Tx + Wy \leq h(v) \quad (21)$$

$$h(v) = h^0 + \sum_{s \in S} h_s^v v_s \quad (22)$$

从目标函数式(17)可以看出,这个模型的目的是使不确定性集  $Z$  上最坏情况下的预期成本取最小值,进而达到成本最低的效果。

### 三、模型分析

#### (一) 不确定集合

定义所有随机变量  $\tilde{v}$  的集合为  $S$ ,  $\tilde{v}$  服从  $P$  上的分布,在此前提下,不确定性集合  $Z$  可以被定义为

$$Z = \left\{ P \in P_0(R^{|S|}) : \begin{array}{l} \tilde{v} \in R^{|S|} \\ E_p \{ \tilde{v} \} = 0 \\ P \{ \tilde{v} \in V \} = 1 \\ E_p \{ g_i(\tilde{v}) \} \leq \gamma_i \quad \forall i \in I \end{array} \right\} \quad (23)$$

在定义的集合  $Z$  中,将  $R^{|S|}$  上所有概率分布的集合表示为  $P_0(R^{|S|})$ , 令预测误差的期望  $E_p \{ \tilde{v} \}$  为 0,  $P \{ \tilde{v} \in V \}$  为 1, 代表了误差  $\tilde{v}$  的所有结果都在不确定性集  $V$  中,这一点与常规的鲁棒优化模型是相同的。

关于不确定性集  $V$ , 它对每一个随机变量的上限和下限进行了设定,如式(24)所示。函数  $g_i$  的作用是将分布的信息合并入不确定性集中,  $i =$

$(j, r, t)$ , 其中:  $j$  为描述每一个随机变量分布段的下标,  $r$  为风电来源,  $t$  为时间步数, 这些关系被定义为式(25),  $J$  为每个随机变量分布的段的集合,  $C_{jrt}$  为截止常数。式(25)表明  $\tilde{v}_n - C_{jrt}$  的正部分的期望值被限制在恒定值  $\gamma_i$  以下。随着更多的段被合并到不确定性集中, 风的分布描述更加细节化, 这使得解决方案保守性降低。

$$V = \{v \in R^S : V_n^- \leq V_n \leq V_n^+ \quad \forall r \in R \quad \forall t \in T\} \quad (24)$$

$$E_p\{g_i(\tilde{v})\} = E_p\{g_{jrt}(\tilde{v})\} = E_p\{\max\{\tilde{v}_n - C_{jrt}, 0\}\} \leq \gamma_i \quad \forall j \in J, \quad \forall r \in R, \quad \forall t \in T, \quad J \times R \times T = I \quad (25)$$

通过对已有研究成果的分析可知, 非线性  $g_i$  函数的计算成本过高, 无法在大型电力系统中实现, 因此本文将重点介绍线性  $g_i$  函数。线性  $g_i$  函数可以显著减少计算负担, 因此可以通过合并更多的线性  $g_i$  函数来更好地捕获分布特性。但在研究过程中发现, 难以直接评估每个  $g_i$  函数在不确定分布下的期望, 为了解决这一问题, 将一些由变量  $\tilde{u} \in R^{|I|}$  表示的辅助变量引入模型中, 以表示这些函数的上限。引入辅助变量后, 原始歧义集扩展为集合, 用  $G$  表示, 并定义  $Q$  为随机变量  $\tilde{v}$  和辅助变量  $\tilde{u}$  的联合分布集, 具体形式见式(26)。

$$G = \left\{ Q \in P_0(R^{|S|} \times R^{|I|}) : \begin{array}{l} (\tilde{v}, \tilde{u}) \in R^{|S|} \times R^{|I|} \\ E_Q\{\tilde{v}\} = 0 \\ Q\{(\tilde{v}, \tilde{u}) \in \bar{V}\} = 1 \\ E_Q\{\tilde{u}_i\} \leq \gamma_i \quad \forall i \in I \end{array} \right\} \quad (26)$$

在扩展集  $G$  中, 用  $\bar{V}$  代表不确定性集合  $V$  的扩展形式, 具体表现为式(27)。其中, 不等式  $g_i(v) \leq u_i$  表示线性函数  $g_i$  受到辅助变量  $u_i$  的制约, 进而说明了如果式(26)中  $E_Q\{\tilde{u}_i\} \leq \gamma_i$  条件得到满足, 则式(23)中不确定性集  $Z$  的  $E_p\{g_i(\tilde{v})\} \leq \gamma_i$  条件也相应成立。扩展的  $\bar{V}$  中  $u_i \leq \max_{v \in V} g_i(v)$  说明  $u_i$  是一个常数, 并且它被限制在  $g_i(v)$  的最坏情况下, 因此  $u_i$  可以根据式(23)中  $g_i$  的定义单独求解。这一约束条件保证了更严格的函数  $g_i$  上限, 从而降低了不确定性集的保守性。因为  $V$  是一个多面体不确定性集合, 并且函数  $g_i$  是分段线性的, 所以扩展集  $V$  可以用许多线性约束表示, 这些约束可以用式(28)中的一般矩阵形式表示, 其中: 定义  $C \in R^{(|S| \times |I|)}$ ,  $D \in R^{(|I| \times |I|)}$ ,  $d \in R^{|I|}$ ,  $U$  为扩展集  $\bar{V}$  中的约束数量。

$$\bar{V} = \left\{ (v, u) \in R^{|S|} \times R^{|I|} : \begin{array}{l} v \in V \\ g_i(v) \leq u_i \quad \forall i \in I \\ u_i \leq \max_{v \in V} g_i(v) \quad \forall i \in I \end{array} \right\} \quad (27)$$

$$\bar{V} = \{(v, u) \in R^{|S|} \times R^{|I|} : Cv + Du \leq d\} \quad (28)$$

(二) 鲁棒优化

结合式(17)的形式, 可以改写为式(29), 同时定义  $y(v)$  是不确定性  $v$  的最优补偿决策函数, 具体见公式(30)。

$$Q(x) = \sup_{p \in Z} E_p\{Q(x, \tilde{v})\} = \sup_{p \in Z} E_p\{q^T y(\tilde{v})\} \quad (29)$$

$$y(v) \in \operatorname{argmin}\{q^T y : Tx + Wy \leq h(v)\} \quad (30)$$

但式(29)的求解较为困难, 并且对于不确定性集合  $V$  内的所有可能的  $v$  来说, 进行函数  $y(v)$  的运算并不容易。因此, 考虑用线性决策规则方法来克服这个计算困难, 该方法下的补偿决策结果完全取决于不确定性参数。采用线性决策规则模型, 通过一些随机变量  $\tilde{v}$  和辅助变量  $\tilde{u}$  的线性仿射函数来逼近  $y(v)$ 。假设第  $n$  个决策变量  $y_n$  受随机变量的子集  $S_n$  和辅助变量的子集  $I_n$  影响, 则决策规则  $y_n(v, u)$  可以表示为函数式(31)。通过用线性决策规则表达式替换最优资源决策  $y(v)$ , 相应地可以将  $Q(x)$  表示的函数也近似地变换形式, 用  $\bar{Q}(x)$  表示, 具体形式见式(32)。

$$y_n(v, u) = y_n^0 + \sum_{s \in S_n} \gamma_{ns}^v v_s + \sum_{i \in I_n} \gamma_{ni}^u u_i \quad \forall n \in N^2 \quad (31)$$

$$\bar{Q}(x) = \min_{Q \in G} \sup E_Q\{q^T y(v, u)\} \quad (32)$$

$$s. t. \quad Tx + Wy(v, u) \leq h(v) \quad \forall (v, u) \in \bar{V}$$

使用模型的目的是为了在所有不确定参数生成的结果下解决补偿决策的问题, 而是为了使最坏情况的期望在所有第二阶段都得到最小化约束, 通过重新计算式(32)的方法找到  $y(v, u)$  的最佳决策系数。因为  $y(v)$  是所有不确定情况下  $q^T y(v, u) \geq q^T y(v)$  的最优补偿行为, 因此对于  $\forall (v, u) \in \bar{V}$ , 明显存在  $\bar{Q}(x) \geq Q(x)$  的不等式关系。

为了解决内部最大化的问题, 将上限函数通过求对偶的方式进行转化, 具体转化过程为式(33)~(34), 通过这种方式可以将该问题转化为方便求解的最小化问题。

$$\sup_{Q \in G} E_Q\{q^T y(v, u)\} = \sup_V \int q^T y(v, u) df(v, u) \quad (33)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_V df(v, u) = 1 \\ \int_V v_s df(v, u) = 0 \quad \forall s \in S \\ \int_V u_i df(v, u) \leq \gamma_i \quad \forall i \in I \\ f(v, u) \geq 0 \quad \forall (v, u) \in \bar{V} \end{array} \right. \quad (34)$$

设  $f(v, u)$  为随机向量  $(\tilde{v}, \tilde{u})$  的概率度量, 约束  $\int_V df(v, u) = 1$  是令所有结果的概率之和为 1, 约束

$\int_{\bar{V}} v_s df(v, u) = 0$  和  $\int_{\bar{V}} u_i df(v, u) \leq \gamma_i$  分别用于表示式(26)中的集合  $G$  的  $E_Q\{\bar{v}\} = 0$  和  $E_Q\{\bar{u}_i\} \leq \gamma_i$ , 最后一个表达式  $f(v, u) \geq 0$  将概率度量强制为非负。

通过对偶理论解决无限维问题, 可以将这种最大化问题转化为等效公式(35) ~ (36)。

$$\bar{Q}(x) = \min \boldsymbol{\eta} + \mathbf{Y}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (35)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\lambda} \geq 0 \\ \boldsymbol{\eta} + \mathbf{v}^T \boldsymbol{\rho} + \mathbf{u}^T \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{q}^T \mathbf{y}(v, u) \quad \forall (v, u) \in \bar{V} \end{cases} \quad (36)$$

式中:  $\boldsymbol{\eta}$  为与约束  $\int_{\bar{V}} df(v, u) = 1$  相关的对偶变量;  $\boldsymbol{\rho} \in R^{|S|}$  为与约束  $\int_{\bar{V}} v_s df(v, u) = 0$  相关的对偶变量, 并且  $\boldsymbol{\lambda} \in R^{|I|}$  包含与约束  $\int_{\bar{V}} u_i df(v, u) \leq \gamma_i$  相关的对偶变量。因此, 用上面的对偶问题来代替内部最大化公式, 可以将原始的  $\min - \max$  表达式重新构造为等效的最小化问题, 见式(37) ~ (38)。从中, 可以清晰地看出经典的鲁棒线性问题服从多面的不确定性集合  $\bar{V}$ 。

$$\bar{Q}(x) = \min \boldsymbol{\eta} + \mathbf{Y}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (37)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\lambda} \geq 0 \\ \boldsymbol{\eta} + \mathbf{v}^T \boldsymbol{\rho} + \mathbf{u}^T \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{q}^T \mathbf{y}(v, u) \quad \forall (v, u) \in \bar{V} \\ \mathbf{T}x + \mathbf{W}y(v, u) \leq \mathbf{h}(v) \quad \forall (v, u) \in \bar{V} \\ \boldsymbol{\eta} \in R, \boldsymbol{\rho} \in R^{|S|}, \boldsymbol{\lambda} \in R^{|I|} \end{cases} \quad (38)$$

然后, 用  $N_s^v$  表示依赖于随机变量  $v_s$  的第二阶段决策集,  $N_i^u$  表示依赖于辅助变量  $u_i$  的第二阶段决策集。对式(38)进行鲁棒对应项的推导, 首先对  $\boldsymbol{\eta} + \mathbf{v}^T \boldsymbol{\rho} + \mathbf{u}^T \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{q}^T \mathbf{y}(v, u)$  进行处理:

$$\begin{aligned} & \min_{(v, u) \in \bar{V}} \{ \boldsymbol{\eta} + \mathbf{v}^T \boldsymbol{\rho} + \mathbf{u}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{q}^T \mathbf{y}(v, u) \} = \\ & \min_{(v, u) \in \bar{V}} \left\{ \boldsymbol{\eta} + \sum_{s \in S} v_s \boldsymbol{\rho}_s + \sum_{i \in I} u_i \boldsymbol{\lambda}_i - \sum_{n \in N^2} q_n y_n^0 - \right. \\ & \left. \sum_{n \in N^2} \sum_{s \in S_n} q_n y_{ns}^v v_s - \sum_{n \in N^2} \sum_{i \in I_n} q_n y_{ni}^u u_i \right\} \geq 0 \quad (39) \end{aligned}$$

由于不确定性集由线性约束定义为式(28), 因此可以对式(39)左侧求其对偶问题, 得出下面的等价约束式(40) ~ (41)。

$$\min_{(v, u) \in \bar{V}} \{ \boldsymbol{\eta} + \mathbf{v}^T \boldsymbol{\rho} + \mathbf{u}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{q}^T \mathbf{y}(v, u) \} \quad (40)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\pi}_0 \geq 0 \\ \boldsymbol{\eta} - \mathbf{q}^T \mathbf{y}^0 + \mathbf{d}^T \boldsymbol{\pi}_0 \geq 0 \\ \boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{C}_s = \sum_{n \in N_s^v} q_n y_{ns}^v - \boldsymbol{\rho}_s \quad \forall s \in S \\ \boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{D}_i = \sum_{n \in N_i^u} q_n y_{ni}^u - \boldsymbol{\lambda}_i \quad \forall i \in I \end{cases} \quad (41)$$

式中:  $\boldsymbol{\pi}_0$  为与式(28)中的线性约束相关的二元变量, 表示将不确定约束  $\boldsymbol{\eta} + \mathbf{v}^T \boldsymbol{\rho} + \mathbf{u}^T \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{q}^T \mathbf{y}(v, u)$  转

化为其对应的鲁棒约束的对偶变量。式(41)中  $\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{C}_s = \sum_{n \in N_s^v} q_n y_{ns}^v - \boldsymbol{\rho}_s$  和  $\boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{D}_i = \sum_{n \in N_i^u} q_n y_{ni}^u - \boldsymbol{\lambda}_i$  分别对应式(39)中的原始向量  $\mathbf{v}$  和  $\mathbf{u}$ 。

同理, 可以处理式(32)中  $\mathbf{T}x + \mathbf{W}y(v, u) \leq \mathbf{h}(v)$ , 得到式(42) ~ (43)。

$$\max_{(v, u) \in \bar{V}} \{ \mathbf{T}x + \mathbf{W}y(v, u) - \mathbf{h}(v) \}. \quad (42)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\pi}_m \geq 0 \quad \forall m \in M^2 \\ \mathbf{T}_m^T x + \mathbf{W}_m^T y^0 - \mathbf{h}_m^0 + \mathbf{d}^T \boldsymbol{\pi}_m \leq 0 \quad \forall m \in M^2 \\ \boldsymbol{\pi}_m^T \mathbf{C}_s = \sum_{n \in N_s^v} W_{mn} y_{ns}^v - h_{ms}^v \quad \forall s \in S, \forall m \in M^2 \\ \boldsymbol{\pi}_m^T \mathbf{D}_i = \sum_{n \in N_i^u} W_{mn} y_{ni}^u \quad \forall i \in I, \forall m \in M^2 \end{cases} \quad (43)$$

式中:  $\mathbf{C}_s$  为矩阵  $\mathbf{C}$  的第  $s$  列; 同理  $\mathbf{D}_i$  为矩阵  $\mathbf{D}$  的第  $i$  列;  $h_{ms}$  为向量  $\mathbf{h}_s$  的第  $m$  个元素; 行向量  $\mathbf{T}_m^T$  和  $\mathbf{W}_m^T$  分别为矩阵  $\mathbf{T}$  和  $\mathbf{W}$  的第  $m$  行。约束  $\mathbf{T}x + \mathbf{W}y(v, u) \leq \mathbf{h}(v)$  中的第  $m$  个不确定约束的鲁棒对应项是由对偶变量  $\boldsymbol{\pi}_m$  导出的。

因此式(37) ~ (38)的最小化问题可以改写成式(44) ~ (45)的完整鲁棒形式:

$$\bar{Q}(x) = \min \boldsymbol{\eta} + \mathbf{Y}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (44)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\lambda} \geq 0 \\ \boldsymbol{\pi}_0 \geq 0 \\ \boldsymbol{\eta} - \mathbf{q}^T \mathbf{y}^0 + \boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{d} \geq 0 \\ \boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{C}_s = \sum_{n \in N_s^v} q_n y_{ns}^v - \boldsymbol{\rho}_s \quad \forall s \in S \\ \boldsymbol{\pi}_0^T \mathbf{D}_i = \sum_{n \in N_i^u} q_n y_{ni}^u - \boldsymbol{\lambda}_i \quad \forall i \in I \\ \boldsymbol{\pi}_m \geq 0 \quad \forall m \in M^2 \\ \mathbf{T}_m^T x + \mathbf{W}_m^T y^0 - \mathbf{h}_m^0 + \mathbf{d}^T \boldsymbol{\pi}_m \leq 0 \quad \forall m \in M^2 \\ \boldsymbol{\pi}_m^T \mathbf{C}_s = \sum_{n \in N_s^v} W_{mn} y_{ns}^v - h_{ms}^v \quad \forall s \in S, \forall m \in M^2 \\ \boldsymbol{\pi}_m^T \mathbf{D}_i = \sum_{n \in N_i^u} W_{mn} y_{ni}^u \quad \forall i \in I, \forall m \in M^2 \\ \boldsymbol{\eta} \in R, \boldsymbol{\rho} \in R^{|S|}, \boldsymbol{\lambda} \in R^{|I|}, \boldsymbol{\pi}_m \in R^U \quad \forall m \in M^2 \end{cases} \quad (45)$$

#### 四、数值实验

##### (一) 算例生成

针对提出的鲁棒优化模型进行实例探究, 先对一个单元一小时内的情况进行测试。假设需求  $D = 330$  兆瓦, 平均风电输出功率为  $\bar{w} = 60$  兆瓦, 损失成本设定为  $V = 3\,000$  美元/兆瓦, 发电成本系数  $a = 4$  美元/兆瓦每小时, 启动成本  $b = 20$  美元, 发电机容量上限  $\bar{P} = 300$  兆瓦, 容量下限  $\underline{P} = 20$  兆瓦, 并令风电的边际成本为零。

接下来, 利用不确定性集合对预测误差  $\bar{v}$  的分

布进行描述,见式(46)。

$$Z = \left\{ P \in P_0(R) : \begin{cases} E_p\{\tilde{v}\} = 0 \\ P\{-50 \leq \tilde{v} \leq 100\} = 1 \\ E_p\{\max\{\tilde{v}, 0\}\} \leq 10 \end{cases} \right\} \quad (46)$$

式中:集合  $Z$  中将随机预测误差  $\tilde{v}$  限制在  $-50 \leq \tilde{v} \leq 100$  的范围内,  $E_p\{\max\{\tilde{v}, 0\}\} \leq 10$  表示将  $\tilde{v}$  正部分的辅助变量的期望值限制在 10 以内,即  $\tilde{u}$  的期望值不大于 10。然后将不确定集合  $Z$  的扩展集合  $Q$  导出,见式(47)。

$$G = \left\{ Q \in P_0(R^2) : \begin{cases} E_Q\{\tilde{v}\} = 0 \\ \begin{cases} -50 \leq \tilde{v} \leq 100 \\ \max\{\tilde{v}, 0\} \leq u \\ u \leq 100 \end{cases} \\ E_Q\{u\} \leq 10 \end{cases} \right\} \quad (47)$$

上述的计算借助 Cplex 和 Matlab 进行处理,此案例分析了在不同风力输出结果  $v$  下的最佳补偿行为的热机组发电的作用。因为将风能的边际成本假定为零,所以操作员应尽可能调度所有可用的风力,这样其余需求则应由热机组发电产生。通过计算发现,风力发电低于 30 兆瓦时会发生负载损失,因为即使发电机以最大容量运转,也无法满足发电需求。发现最坏情况的预期成本为 9 680 美元。根据调度决策  $p(v)$  的在风不确定性  $v$  下,最佳补偿行为  $p(v)$  的最坏情况下的分布如图 1 所示。

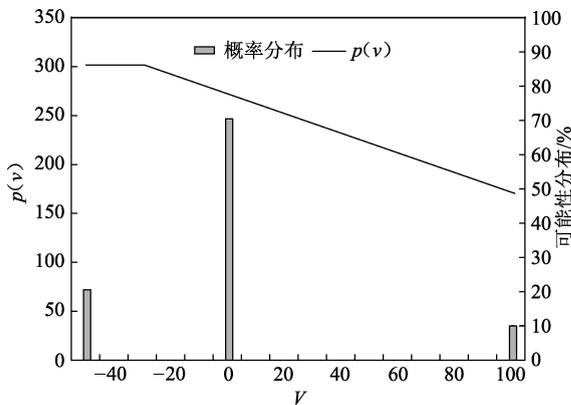


图 1 不同风能分布下的发电

图 1 中,需求  $D = 330$  兆瓦,输出功率为  $\bar{w} = 60$  兆瓦,因此  $p(v)$  函数中当  $v$  数值为 0 时,函数值为 270 兆瓦。虽然上面通过一个简单示例的操作就直接获得了最佳的补偿结果,但是对于通用系统而言,全面考虑不确定情况下的调度方案是难以实现的,因此本文采用线性决策方法来近似处理最坏情况下的函数值。

(二)对比分析

在接下来的案例研究中,以最坏情况下的预期

成本和最优补偿行为作为基准,来检验决策模型是否能恰当地逼近原问题。

首先,基于常规线性决策规则,考虑到通过预测误差  $v$  的直接线性仿射函数来近似得到  $p$  和  $l$ ,具体表示为

$$\begin{cases} p(v) = p_0 + p_1 v \\ l(v) = l_0 + l_1 v \end{cases} \quad (48)$$

假设该决策不依赖于辅助变量,即对于  $n \in N^2$  有  $I_n = \phi$ ,通过求解式(44)~(45),可以得到参数的值。生成  $p(v)$  的决策规则如图 2 所示。

$$\begin{cases} p(v) = 256 \frac{2}{3} - \frac{13}{15} v \\ l(v) = 13 \frac{1}{3} - \frac{2}{15} v \end{cases} \quad (49)$$

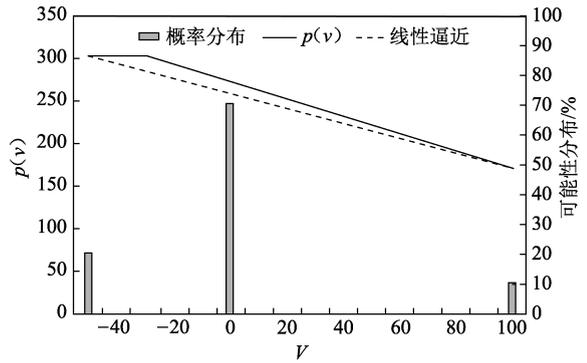


图 2 不同风能分布下的简单线性发电

可以看出,简单的线性决策规则无法为最佳补偿行为提供一个很好的近似值。尽管发电机有足够的能满足需求,发电调度  $p(v)$  也始终低于负荷。负载损失在所有风能输出下都会发生。图 1 仍然是这种情况的最坏情况分布,计算得到的目标值达到了 40 026.67 美元,它表示最坏情况下的预期成本,这一数值远高于基准案例。

接下来,本文考虑了具有辅助变量的线性决策规则。定义一个决策规则,该规则通过随机变量  $v$  和辅助变量  $u$  的线性仿射函数近似决策,见式(50)。

$$\begin{cases} p(v, u) = p_0 + p_1 v + p_2 u \\ l(v, u) = l_0 + l_1 v + l_2 u \end{cases} \quad (50)$$

通过求解优化式(44)~(45),可以求得参数的值,如式(51)。计算结果展示如下,生成  $p(v)$  的决策规则以及最坏的情况分布如图 3 所示。

$$\begin{cases} p(v, u) = 270 - 0.6v - 0.4u \\ l(v, u) = 0 - 0.4v + 0.4u \end{cases} \quad (51)$$

可以看出,该决策规则表达优于近似最佳补偿行为的前一种情况,仅在预测误差  $v$  取值于  $-50$  兆

瓦和 0 兆瓦之间的情况下与最佳追索行为不同。由于最坏情况的分布与以前的情况相同,表明该区间内实现风力发电的概率为零,因此该近似模型的目标值也为 9 680 美元,与基准情况相同。

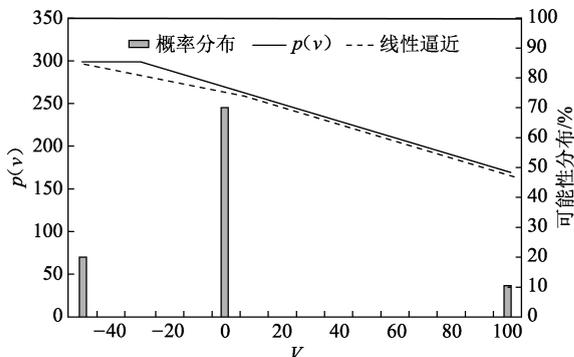


图 3 不同风能分布下的考虑辅助变量的优化线性发电与基础发电对比

案例研究可以说明,通过将更多的信息合并入不确定性集中的解决方案可以进一步优化。假设可以通过添加两个额外的约束来完善歧义集,具体表示为

$$Z = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{w} = 60 + \tilde{v} \\ E_p\{\tilde{v}\} = 0 \\ P\{-50 \leq \tilde{v} \leq 100\} = 1 \\ E_p\{\max\{\tilde{v}, 0\}\} \leq 10 \\ E_p\{\max\{\tilde{v} - 50, 0\}\} \leq 1 \\ E_p\{\max\{-25 - \tilde{v}, 0\}\} \leq 1 \end{array} \right. \quad (52)$$

辅助随机变量可以被添加进决策模型中,具体表示为

$$\begin{cases} p(v, u_1, u_2, u_3) = p_0 + p_1 v + p_2 u_1 + p_3 u_2 + p_4 u_3 \\ l(v, u_1, u_2, u_3) = l_0 + l_1 v + l_2 u_1 + l_3 u_2 + l_4 u_3 \end{cases} \quad (53)$$

优化决策模型被表示为

$$\begin{cases} p(v, u_1, u_2, u_3) = 270 - v - 0.8u_3 \\ l(v, u_1, u_2, u_3) = 0 + 0.8u_3 \end{cases} \quad (54)$$

如图 4 所示,最坏情况的分布与以前情况相比,因为存在更多约束,可以从不确定性集中排除一些不利的分布。计算结果显示目标值降低到 3 596.8 美元,比前述的情况要低得多。由图 4 还可以看出,与其他情况相比,具有额外分布信息的决策规则可以更好地逼近最优补偿行为,因为就其他方面而言,该决策规则表示可以更灵活地利用额外的辅助变量,具体的分布信息包含在线性仿射表达式中。

案例研究结果表明:通过引入辅助随机变量可以实现线性决策规则更好的逼近效果,目标值可以非常接近确切的最坏情况预期成本;随着更多的分布信息包含在不确定性集中,最坏情况的分布变得

不那么保守,从而降低了预期成本。

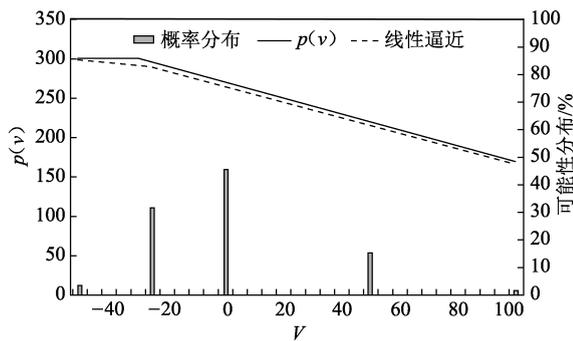


图 4 不同风能分布下的考虑多个辅助变量的优化线性发电与基础发电对比

### 五、结论

本文提出了一种两阶段分布式鲁棒优化的方法,来处理风力发电不确定的情况下的机组组合问题。这种优化模型可以保证在不确定集合中取得的参数满足模型的全部约束,而且可以最大程度地减少以不确定性集为特征的一系列风力发电过程中最坏情况下的预期总成本,因此可以使用有限的风力发电数据来准确地模拟不确定的风力发电的影响。由于拟定的公式难以精确求解,因此采用线性决策规则模型对第二阶段问题中的决策行为进行近似处理,即可以理解为通过引入辅助变量来建立仿射函数,完成对目标函数的线性逼近。在通过合理的数学模型转化后的计算公式中,整数变量的维数在多项式变量中不断增长,因此混合整数线性程序的求解更容易处理,十分有效地降低了模型的运算难度,也增强了模型的可行性和实用性。

同时对计算结果进行对比,表明通过引入辅助随机变量可以实现线性决策规则更好的逼近效果,而且经过这样的模型操作下的目标值可能非常接近确切的最坏情况预期成本。在本文研究中,通过数据对比还发现通过将更多的分布信息并入在不确定性集中,可以使得最坏情况的分布变得不那么保守,降低预期成本。

### 参考文献:

- [1] 茅靖峰,吴博文,吴爱华,等. 风力发电系统最大功率跟踪自适应鲁棒控制[J]. 电力系统保护与控制,2018,46(22):80-86.
- [2] 王家乐. 风力发电机组电能质量监测与改善的研究[D]. 长沙:湖南大学,2010.
- [3] 全球风能理事会. 2019 全球风能旗舰报告[R/OL]. (2020-03-30) [2020-06-20]. <http://news.bjx.com.cn/html/20200330/1059179.shtml>.
- [4] 前瞻产业研究院. 2020 年中国风电行业市场现状及发

- 展趋势分析[EB/OL]. (2020-04-26) [2020-06-20]. <http://www.chinapower.com.cn/flfd/sjbg/20200426/16935.html>.
- [5] 王成福,王昭卿,孙宏斌,等.考虑预测误差时序分布特性的含风电机组组合模型[J].中国机电工程学报,2016,36(15):4081-4090.
- [6] 周博然.含风电的机组组合模型及算法研究[D].杭州:浙江大学,2015.
- [7] Viana A, Sousa J P D, Matos M. Fast Solutions for UC Problems by a New Metaheuristic Approach [J]. Electric Power Systems Research, 2008, 78(8):1385-1395.
- [8] Zhang S, Song Y H, Hu Z C, et al. Robust Optimization Method Based on Scenario Analysis for Unit Commitment Considering Wind Uncertainties [C]. Power and Energy Society General Meeting, Detroit: IEEE, 2011.
- [9] 于丹文,杨明,翟鹤峰,等.鲁棒优化在电力系统调度决策中的应用研究综述[J].电力系统自动化,2016,40(7):134-143.
- [10] 温俊强,曾博,张建华.配电网中分布式风电可调鲁棒优化规划[J].电网技术,2016,40(1):227-233.
- [11] 覃岭.基于鲁棒优化理论的电力系统机组组合研究[D].天津:天津大学,2017.
- [12] Xiong P, Jirutitijaroen P. An Adjustable Robust Optimization Approach for Unit Commitment under Outage Con-
- tingencies[C]. Power and Energy Society General Meeting, San Diego: IEEE, 2012.
- [13] Xiong P, Jirutitijaroen P. A Linear Decision Rule Approach for Robust Unit Commitment Considering Wind Power Generation[C]. Power Systems Computation Conference, Wroclaw, Poland: IEEE, 2014.
- [14] An Y, Zeng B. Exploring the Modeling Capacity of Two-Stage Robust Optimization: Variants of Robust Unit Commitment Model [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 30(1):109-122.
- [15] Lorca L, Sun X A. Multistage Robust Unit Commitment with Dynamic Uncertainty Sets and Energy Storage [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(3):1678-1688.
- [16] Morales-Espana G, Lorca A, De Weerd M M. Robust Unit Commitment with Dispatchable Wind Power [J]. Electric Power Systems Research, 2018, 155:58-66.
- [17] 夏鹏,刘文颖,张尧翔,等.考虑风电高阶不确定性的分布式鲁棒优化调度模型[J].电工技术学报,2020,35(1):189-200.
- [18] 周安平.计及风电功率矩不确定性的分布鲁棒优化方法研究[D].济南:山东大学,2019.

责任编辑:韩国良

## Robust Optimization of Unit Commitment under Wind Power Uncertainty

QU Hong<sup>1</sup>, AN Yeqi<sup>2</sup>

(1. Periodical Office, China University of Petroleum (East China), Qingdao, Shandong 266580, China;

2. The Third Construction Company of China Construction Fifth Engineering Bureau Ltd., Changsha, Hunan 410007, China)

**Abstract:** In consideration of the background of wind power generation, the unit combination model is studied by taking into account the constraints of uncertain factors such as line power flow, power load, and unit ramp limits, with the aim of reducing the expected cost of wind power generation. A two-stage robust optimization model is adopted, which can ensure that the parameters obtained in the uncertain set meet all the constraints of the model, and can reduce the expected power generation cost in the worst case. In the process of model solving, an auxiliary variable is introduced to establish an affine function, and then a linear approximation to the objective function is completed. It can be found that as more information is merged into the uncertainty set, the distribution conservativeness of the worst case gradually decreases. Then the purpose of reducing the expected cost is achieved. Finally, a simplified example is used to verify and analyze, which more intuitively reflects the feasibility and practicability of the robust optimization model in dealing with wind turbine assembly problems.

**Key words:** unit combination; robust optimization; wind power uncertainty; linear programming